

Numerik für Differentialgleichungen

Sommersemester 2017

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

M.Sc. S. Hertzog

Informationen und aktuelle Hinweise zur Vorlesung finden Sie im Internet unter
<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss17/ndgln>.

Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1 (4 Punkte) Konstruieren Sie auf Basis der Simpson-Regel

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{6} \left(f(0) + 4f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) \right)$$

ein Runge-Kutta-Verfahren der Konsistenzordnung $p = 4$.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte) Zeigen Sie, dass das durch das Butcher-Tableau

$$\begin{array}{c|cc} 1/3 & 5/12 & -1/12 \\ 1 & 3/4 & 1/4 \\ \hline & 3/4 & 1/4 \end{array}$$

gegebene Radau-3-Verfahren Konsistenzordnung $p = 3$ besitzt.

Aufgabe 4.3 (4 Punkte) Leiten Sie hinreichende Bedingungen für die Konsistenz dritter Ordnung eines Runge-Kutta-Verfahrens im Fall autonomer Differentialgleichungen her.

Aufgabe 4.4 (4 Punkte) Zeigen Sie durch Konstruktion polynomieller Lösungen expliziter Anfangswertprobleme, dass die Bedingungen

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^m \gamma_l &= 1, \\ \sum_{l=1}^m \gamma_l \alpha_l &= \frac{1}{2}, \\ \sum_{l=1}^m \sum_{j=1}^m \gamma_l \beta_{lj} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

notwendig für die Konsistenzordnung $p = 2$ eines Runge-Kutta-Verfahrens sind.

Abgabe: Am Mittwoch, den **21. Juni 2017**, zu Beginn der Vorlesung.